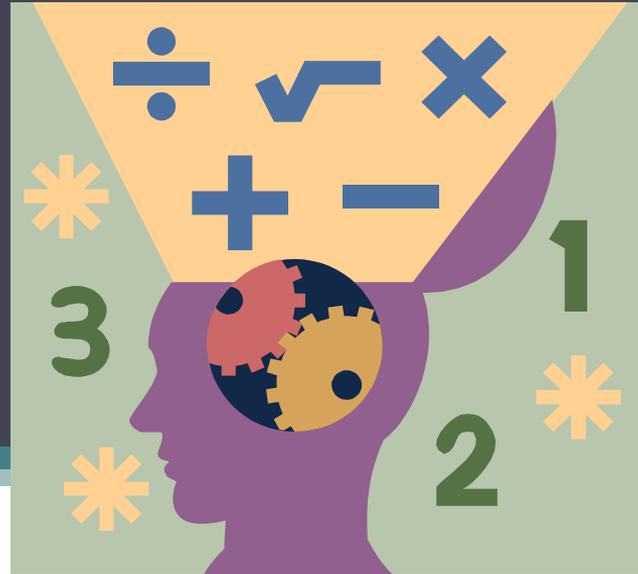




Raíces



2º E. Media

Prof. Diferencial: Olga Zapata

Prof. Matemática: Olga Saavedra

OA * Comprender las propiedades de las raíces para al aplicación de situaciones de la vida diaria .

RAICES

¿Qué es una Raíz?

La Definición de Raíz como Potencia

Raíz Cuadrada

Raíz Cúbica

El Índice Igual al Exponente

Multiplicación de Raíces de Igual Índice

División de Raíces de Igual Índice

Raíz de una Raíz.

Descomponer una Raíz

Racionalización

Condiciones de Existencia para las Raíces de Índice Par

Condiciones de Existencia para las Raíces de Índice Impar

Ecuaciones Irracionales

Curiosidades

Lugares en donde buscar más Información



¿Qué es una Raíz?

Una Raíz es una expresión que consta de un **INDICE**, un símbolo de raíz y un **SUBRADICAL**.

¿Índice, raíz, cantidad subradical?

	Índice	Símbolo de Raíz	Cantidad Subradical
--	--------	-----------------	---------------------

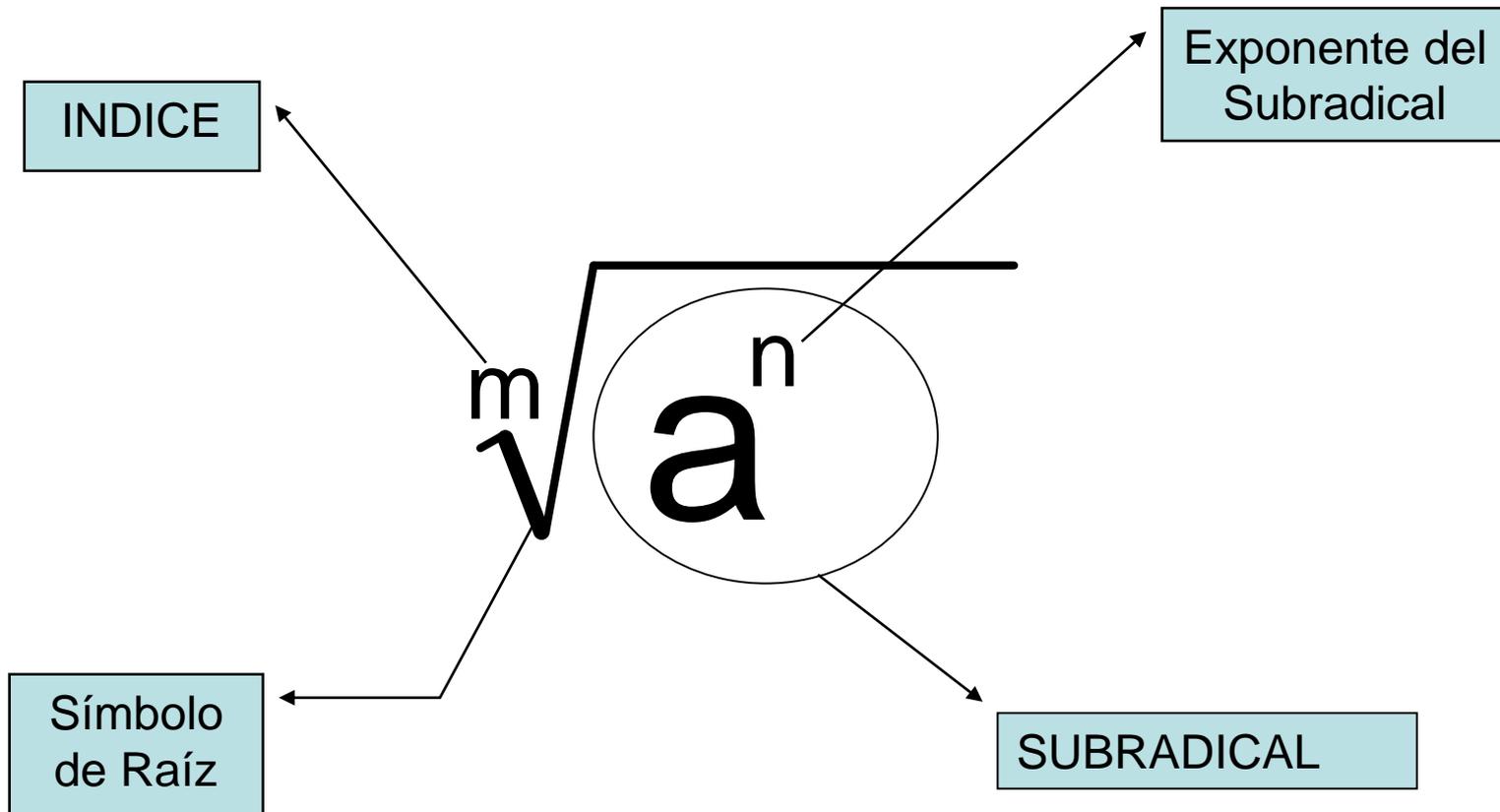
$${}^4\sqrt{2^4}$$

$${}^8\sqrt{(-5,3)}$$

$$\sqrt{\left(\frac{4}{5}\right)}$$

2

Elementos de una Raíz





¿Qué significa la Raíz?

Una Raíz es una Potencia con Exponente Fracción.

Raíz = Potencia

$$\sqrt[4]{2^5} = 2^{\frac{5}{4}}$$

$$\sqrt{-0,6} = (-0,6)^{\frac{3}{2}}$$

$$\sqrt{(-5,3)^3} = (-5,3)^{\frac{3}{2}}$$

Ojo: El Índice 2 no se escribe.

$$\sqrt[6]{\left(\frac{4}{5}\right)^7} =$$

$$\sqrt{\left(\frac{2}{7}\right)^{\frac{7}{6}}}$$



Transforma las siguientes raíces a Potencia

$$\sqrt{4} = 4^{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt{7^3} = 7^{\frac{3}{2}}$$

$$\sqrt{\frac{3}{5}} = \left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt{\left(\frac{4}{7}\right)^3} = \left(\frac{4}{7}\right)^{\frac{3}{2}}$$

$$\sqrt[3]{5} = 5^{\frac{1}{3}}$$

$$\sqrt[3]{7^4} = 7^{\frac{4}{3}}$$

$$\sqrt[3]{\left(\frac{5}{3}\right)^2} = \left(\frac{5}{3}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$\sqrt{m^5} = m^{\frac{5}{2}}$$

$$\sqrt[m]{d^n} = d^{\frac{n}{m}}$$

Transforma las siguientes Potencia a Raíces

$$6^{\frac{1}{2}} = \sqrt{6}$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{9}{2}} = \sqrt{\left(\frac{2}{5}\right)^9}$$

$$\left(-\frac{7^6}{5^3}\right)^{\frac{1}{7}} = \sqrt[7]{-\frac{7^6}{5^3}}$$

$$(0,3)^{\frac{5}{2}} = \sqrt{0,3^5}$$

$$4^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{4^2}$$

$$a^{\frac{c}{b}} = \sqrt[b]{a^c}$$



En General

$$\sqrt[a]{n^b} = n^{\frac{b}{a}} \quad a \geq 2$$

Importante:

$$\sqrt[a]{0^b} = 0 \quad \sqrt[a]{1^b} = 1$$

Lectura de una Raíz.

- Índice 2, Raíz Cuadrada. Ej. $\sqrt{6^5}$
- Índice 3, Raíz Cúbica. Ej. $\sqrt[3]{6^7}$
- Índice 4, Raíz Cuarta. Ej. $\sqrt[4]{6^7}$



Raíz Cuadrada

$$\sqrt{4} = 2 \text{ ya que } 2 \cdot 2 = 4$$

$$\sqrt{9} = 3 \text{ ya que } 3 \cdot 3 = 9$$

$$\sqrt{16} = 4 \text{ ya que } 4 \cdot 4 = 16$$

$$\sqrt{25} = 5 \text{ ya que } 5 \cdot 5 = 25$$

$$\sqrt{2} = 1,4142135623730950488016887242..$$

Pero es solo una aproximación decimal de la Raíz, que no es exacta. Por lo que la mejor forma de representar a $\sqrt{2}$ es como $\sqrt{2}$.

Esto sucede con muchas raíces cuadradas que no entregan un resultado exacto

GRACIAS



Ayuda a Marta a resolver el siguiente problema:



“Trabajo en un supermercado y debo empacar 121 cajas de chocolates en una caja cuadrada ¿cuántos debo colocar en cada fila? ”

- ¿Cuál es el área de un cuadrado cuyo lado mide 4 cm?



Raíz Cúbica

$$\sqrt[3]{8} = 2 \quad \text{ya que } 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

$$\sqrt[3]{27} = 3 \quad \text{ya que } 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$$

$$\sqrt[3]{64} = 4 \quad \text{ya que } 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$$

$$\sqrt[3]{125} = 5 \quad \text{ya que } 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$$

$$\sqrt[3]{3} = 1,4422495703074083823216383107796...$$

Pero, al igual que el anterior es solo una aproximación decimal de la Raíz, que no es exacta. Por lo que la mejor forma de representar a $\sqrt[3]{3}$ es como $\sqrt[3]{3}$.

Esto sucede con muchas raíces Cúbicas que no entregan un resultado exacto.



1 - Propiedad:

El Índice Igual al Exponente.

Sabiendo que: $\sqrt[7]{2^3} = 2^{\frac{3}{7}}$

¿Cuál será el resultado de?

$$\sqrt[5]{2^5} = 2^{\frac{5}{5}} = 2^1 = 2$$

En General: $\sqrt[a]{n^a} = n^{\frac{a}{a}} = n$



2 - Propiedad:

Multiplicación de Raíces de Igual Índice.

Sabiendo que: $\sqrt[7]{2^3} = 2^{\frac{3}{7}}$

¿Cuál será el resultado de?

$$\sqrt{2^9} \cdot \sqrt{5^7} = \sqrt{2^9 \cdot 5^7}$$

$$2^{\frac{9}{2}} \cdot 5^{\frac{7}{2}} = (2^9)^{\frac{1}{2}} \cdot (5^7)^{\frac{1}{2}} = (2^9 \cdot 5^7)^{\frac{1}{2}}$$

En General: $\sqrt[a]{n^x} \cdot \sqrt[a]{m^y} = \sqrt[a]{n^x \cdot m^y}$



2 - Propiedad:

Multiplicación de Raíces de Igual Índice.

Resuelve usando la Propiedad de Potencia:

$$\text{a) } \sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[3]{36} = 6$$

$$\text{f) } \sqrt{(-1,2)} \cdot \sqrt{(-1,2)^5} = (1,2)^3$$

$$\text{b) } \sqrt{8} \cdot \sqrt{2} = 4$$

$$\text{g) } \sqrt[3]{-\frac{2^4}{3^5}} \cdot \sqrt[3]{\frac{-2^2}{3}} = \frac{4}{9}$$

$$\text{c) } \sqrt[3]{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt[3]{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$$

$$\text{h) } \sqrt[3]{m^5} \cdot \sqrt[3]{m^4} = m^3$$

$$\text{d) } \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{6} \cdot \sqrt{5} = \sqrt[3]{30} \cdot \sqrt{15} \quad \text{i) } \sqrt{n^7} \cdot \sqrt{n^5} = n^6$$

$$\text{e) } \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{9} = 6$$

$$\text{j) } \sqrt{a^{3n}} \cdot \sqrt[3]{b^{2n}} \cdot \sqrt{a^{5n}} \cdot \sqrt[3]{b^{7n}} = a^{2n} b^{3n}$$



3 - Propiedad:

División de Raíces de Igual Índice.

Sabiendo que: $\sqrt[7]{2^3} = 2^{\frac{3}{7}}$

¿Cuál será el resultado de?

$$\sqrt{7^5} \div \sqrt{5^7} = \sqrt{7^5 \div 5^7}$$

$$7^{\frac{5}{2}} \div 5^{\frac{7}{2}} = (7^5)^{\frac{1}{2}} \div (5^7)^{\frac{1}{2}} = (7^5 \div 5^7)^{\frac{1}{2}}$$

En General: $\sqrt[a]{n^x} \div \sqrt[a]{m^y} = \sqrt[a]{n^x \div m^y}$



3 - Propiedad:

División de Raíces de Igual Índice.

Resuelve usando la Propiedad de Potencia:

$$\text{a) } \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} =$$

$$\text{e) } \frac{\sqrt{0,08}}{\sqrt{0,02}} = 0,2$$

$$\text{b) } \frac{\sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{3}} = 3$$

$$\text{f) } \sqrt[3]{\frac{256}{3}} \div \sqrt[3]{\frac{4}{81}} = \frac{4}{3}$$

$$\text{c) } \frac{\sqrt[3]{5^7}}{\sqrt[3]{5^4}} = 5$$

$$\text{g) } \frac{\sqrt[3]{m^5} \cdot \sqrt[3]{n^8}}{\sqrt[3]{m^2} \cdot \sqrt[3]{n^2}} = mn^3$$

$$\text{d) } \frac{\sqrt[3]{81} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt{8}} = \frac{3}{2}$$

$$\text{h) } \frac{\sqrt{b}}{\sqrt[3]{a^2}} \cdot \sqrt{\frac{d^4}{b^3}} \cdot \sqrt[3]{\frac{a^5}{d^6}} = \frac{a}{b}$$



4 - Propiedad:

Raíz de una Raíz.

Sabiendo que: $\sqrt[7]{2^3} = 2^{\frac{3}{7}}$ y $(3^2)^3 = 3^6$

¿Cuál será el resultado de?

$$\sqrt{\sqrt{7^5}} = \sqrt[4]{7^5} \qquad \sqrt{\sqrt[3]{7^5}} = \sqrt[6]{7^5}$$

$$\left(7^{\frac{5}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} = 7^{\frac{5}{2} \cdot \frac{1}{2}} = 7^{\frac{5}{4}} \qquad \left(7^3\right)^{\frac{1}{2}} = 7^{3 \cdot \frac{1}{2}} = 7^{\frac{5}{6}}$$

En General: $\sqrt[b]{\sqrt[a]{m^n}} = \sqrt[b \cdot a]{m^n}$



4 - Propiedad:

Raíz de una Raíz.

Resuelve usando la Propiedad de Potencia:

$$\text{a) } \sqrt{\sqrt{16}} = 2$$

$$\text{b) } \sqrt{\sqrt[3]{7}} = \sqrt[6]{7}$$

$$\text{c) } \sqrt[3]{\sqrt[4]{5}} = \sqrt[12]{5}$$

$$\text{d) } \sqrt{\sqrt{m^8 n^4}} = m^2 n^4$$

$$\text{e) } \sqrt[3]{\sqrt{\frac{x^{12}}{y^6}}} = \frac{x^2}{y}$$

$$\text{f) } \frac{\sqrt[3]{\sqrt{x^{24}}}}{\sqrt[3]{\sqrt[3]{x^{18}}}} = x^2$$

GRACIAS





Descomponer una Raíz

Sabiendo que: $\sqrt{m \cdot n} = \sqrt{m} \cdot \sqrt{n}$

Resolver lo siguiente

$$\sqrt{50x^7} + \sqrt{32x^7} =$$

$$\sqrt{25 \cdot 2 \cdot x \cdot x^6} + \sqrt{16 \cdot 2 \cdot x \cdot x^6} =$$

$$\sqrt{25} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt{x^6} + \sqrt{16} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt{x^6} =$$

$$5 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{x} \cdot x^3 + 4 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{x} \cdot x^3 =$$

$$5x^3 \sqrt{2x} + 4x^3 \sqrt{2x} = \text{Son términos semejantes}$$

$$9x^3 \sqrt{2x}$$



Descomponer una Raíz

Otro ejemplo

$$\begin{aligned} & \sqrt{45} + \sqrt{20} - \sqrt{80} - \sqrt{125} \\ = & \sqrt{9 \cdot 5} + \sqrt{4 \cdot 5} - \sqrt{4 \cdot 4 \cdot 5} - \sqrt{5 \cdot 25} \\ = & \sqrt{9} \cdot \sqrt{5} + \sqrt{4} \cdot \sqrt{5} - \sqrt{4} \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{5} - \sqrt{5} \cdot \sqrt{25} \\ = & 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} - 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{5} - 5\sqrt{5} \\ = & 3\boxed{\sqrt{5}} + 2\boxed{\sqrt{5}} - 4\boxed{\sqrt{5}} - 5\boxed{\sqrt{5}} \end{aligned}$$

Son términos semejantes

$$-4\sqrt{5}$$

Racionalización



Racionalizar es amplificar una fracción donde el denominador presenta una Raíz, con el fin de que ésta no aparezca.

Ejemplos:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{a}{\sqrt{a^3}} = \sqrt{a}$$

$$\frac{n}{\sqrt[3]{3n^2}} = \frac{\sqrt[3]{9n}}{3}$$

¿Qué es lo que hay que saber?

Amplificar: $\frac{7}{2} \cdot \frac{4}{4} = \frac{28}{8}$

Propiedad de Raíces: $\sqrt[n]{x^n} = x^{n/n} = x$

Multiplicar Raíces	{	$\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{2 \cdot 8} = \sqrt{16} = 4$
Raíz como Potencia		$\sqrt{x^3} \cdot \sqrt{x^5} = \sqrt{x^3 \cdot x^5} = \sqrt{x^8} = x^4$
Potencias		



Racionalizar Raíces Cuadradas Simples de la Forma $\frac{p}{q\sqrt{a}}$

$$1) \quad \frac{7}{\sqrt{3}} = \frac{7}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{7\sqrt{3}}{\sqrt{3 \cdot 3}} = \frac{7\sqrt{3}}{\sqrt{3^2}} = \frac{7\sqrt{3}}{3}$$

$$2) \quad \frac{n}{m\sqrt{x}} = \frac{n}{m\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{n\sqrt{x}}{m\sqrt{x \cdot x}} = \frac{n\sqrt{x}}{m\sqrt{x^2}} = \frac{n\sqrt{x}}{mx}$$

$$3) \quad \frac{2+\sqrt{5}}{\sqrt{7}} = \frac{(2+\sqrt{5})}{\sqrt{7}} \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{(2+\sqrt{5})\sqrt{7}}{\sqrt{7 \cdot 7}} = \frac{2\sqrt{7} + \sqrt{5} \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{7^2}} = \frac{2\sqrt{7} + \sqrt{35}}{7}$$

$$4) \quad \frac{7}{\sqrt{n^5}} = \frac{7}{\sqrt{n^4 n^1}} = \frac{7}{\sqrt{n^4} \sqrt{n}} = \frac{7}{n^2 \sqrt{n}} \cdot \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n}} = \frac{7\sqrt{n}}{n^2 n} = \frac{7\sqrt{n}}{n^3} =$$

En General	$\frac{p}{q\sqrt{a}} = \frac{p}{q\sqrt{a}} \cdot \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \frac{p\sqrt{a}}{q\sqrt{a \cdot a}} = \frac{p\sqrt{a}}{q\sqrt{a^2}} = \frac{p\sqrt{a}}{qa}$
------------	--



Racionaliza las siguientes Expresiones

$$\text{i) } \frac{7}{\sqrt{11}} = \frac{7}{\sqrt{11}} \cdot \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{11}}$$

$$\text{v) } \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{49}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{49}} \cdot \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{49}}$$

$$\text{ii) } \frac{15ax}{2\sqrt{5a}} = \frac{15ax}{2\sqrt{5a}} \cdot \frac{\sqrt{5a}}{\sqrt{5a}}$$

$$\text{vi) } \frac{\sqrt{ab}}{b\sqrt{a}} =$$

$$\text{iii) } \frac{40a^2b}{\sqrt{10a}} = \frac{40a^2b}{\sqrt{10a}} \cdot \frac{\sqrt{10a}}{\sqrt{10a}}$$

$$\text{vii) } \frac{\sqrt{8} + \sqrt{2}}{\sqrt{2}} =$$

$$\text{iv) } \frac{a\sqrt{a}}{\sqrt{a^3}} = \frac{a\sqrt{a}}{\sqrt{a^3}} \cdot \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}}$$

$$\text{viii) } \frac{y\sqrt{x} - x\sqrt{y}}{xy\sqrt{xy}} =$$



Racionalizar Raíces Cuadradas de la Forma

$$\frac{p}{q \cdot \sqrt[n]{a^k}}$$

$$1) \quad \frac{7}{\sqrt[3]{4}} = \frac{7}{\sqrt[3]{4}} \cdot \frac{\sqrt[3]{4^2}}{\sqrt[3]{4^2}} = \frac{7\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{4 \cdot 4^2}} = \frac{7\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{4^3}} = \frac{7\sqrt[3]{4}}{4}$$

$$2) \quad \frac{n}{m\sqrt[4]{x^3}} = \frac{n}{m \cdot \sqrt[4]{x^3}} \cdot \frac{\sqrt[4]{x}}{\sqrt[4]{x}} = \frac{n \cdot \sqrt[4]{x}}{m \cdot \sqrt[4]{x^3 x}} = \frac{n \cdot \sqrt[4]{x}}{m \cdot \sqrt[4]{x^4}} = \frac{n\sqrt[4]{x}}{mx}$$

$$3) \quad \frac{\sqrt[3]{a} + \sqrt{a}}{\sqrt[3]{a^2}} = \frac{(\sqrt[3]{a} + \sqrt{a}) \cdot \sqrt[3]{a}}{3\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[3]{a}} = \frac{(\sqrt[3]{a} + \sqrt{a}) \cdot \sqrt[3]{a}}{3\sqrt[3]{a^2 a}} = \frac{\sqrt[3]{a^2} + \sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a}}{3\sqrt[3]{a^3}} = \frac{\sqrt[3]{a} + \sqrt{a}\sqrt[3]{a}}{3a}$$

$$4) \quad \frac{7}{\sqrt[3]{4^7}} = \frac{7}{\sqrt[3]{4^6 \cdot 4}} = \frac{7}{\sqrt[3]{4^6} \cdot \sqrt[3]{4}} = \frac{7}{4^2 \cdot \sqrt[3]{4}} = \frac{7}{4^2 \cdot \sqrt[3]{4}} \cdot \frac{\sqrt[3]{4^2}}{\sqrt[3]{4^2}} \dots$$

<p>En General</p> $\frac{p}{q \cdot \sqrt[n]{a^k}} = \frac{p}{q \cdot \sqrt[n]{a^k}} \cdot \frac{\sqrt[n]{a^{n-k}}}{\sqrt[n]{a^{n-k}}} = \frac{p \cdot \sqrt[n]{a^{n-k}}}{q \cdot \sqrt[n]{a^k \cdot a^{n-k}}} = \frac{p \cdot \sqrt[n]{a^{n-k}}}{q \cdot \sqrt[n]{a^n}} = \frac{p \cdot \sqrt[n]{a^{n-k}}}{q \cdot a}$



Racionaliza las siguientes Expresiones

$$\text{i) } \frac{7}{\sqrt[3]{11}} = \frac{7}{\sqrt[3]{11}} \cdot \frac{\sqrt[3]{11^2}}{\sqrt[3]{11^2}}$$

$$\text{v) } \frac{\sqrt{7}}{\sqrt[3]{49}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt[3]{49}} \cdot \frac{\sqrt[3]{49^2}}{\sqrt[3]{49^2}}$$

$$\text{ii) } \frac{15ax}{2\sqrt[3]{5a^2}} = \frac{15ax}{2\sqrt[3]{5a^2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{5a^4}}{\sqrt[3]{5a^4}}$$

$$\text{vi) } \frac{\sqrt{ab}}{b\sqrt[3]{a^5}} =$$

$$\text{iii) } \frac{40a^2b}{\sqrt[3]{10^2a}} = \frac{40a^2b}{\sqrt[3]{10^2a}} \cdot \frac{\sqrt[3]{10a^4}}{\sqrt[3]{10a^4}}$$

$$\text{vii) } \frac{\sqrt[4]{2^{11}} + \sqrt[4]{2^7}}{\sqrt[4]{2^3}} =$$

$$\text{iv) } \frac{ab\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{a^2b}} = \frac{ab\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{a^2b}} \cdot \frac{\sqrt[3]{a^4b^2}}{\sqrt[3]{a^4b^2}}$$

$$\text{viii) } \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[7]{x^2y^6}}{\sqrt[7]{x^9y^6}} =$$



Condiciones de Existencia de Raíces Cuadradas e Índice Par

Como, por ejemplo, $\sqrt{4} = 2$ ya que $2 \cdot 2 = 4$

y así para todas las Raíces Cuadradas de Números Positivos

entonces

**NO SE PUEDE OBTENER LA RAÍZ
CUADRADA DE NÚMEROS
NEGATIVOS**

Es decir:

$$\sqrt{-4} \quad \text{No Existe}$$

$$\sqrt{-0,2} \quad \text{No Existe}$$

$$\sqrt{-\frac{25}{36}} \quad \text{No Existe}$$

En General, Esta condición es propia de todas las Raíces de INDICE PAR.

$$\sqrt[4]{-0,12} \quad \text{No Existe}$$

$$\sqrt[8]{-\frac{25}{36}} \quad \text{No Existe}$$

Condiciones de Existencia de Raíces Cúbicas e Índice Impar



Las Raíces que tienen INDICE IMPAR NO tienen restricción

Es decir:

$$\sqrt[3]{-8} = -2 \quad \text{ya que} \quad -2 \cdot -2 \cdot -2 = -8$$

$$\sqrt[3]{-27} = -3 \quad \text{ya que} \quad -3 \cdot -3 \cdot -3 = -27$$

$$\sqrt[3]{-\frac{8}{27}} = -\frac{2}{3} \quad \text{ya que} \quad -\frac{2}{3} \cdot -\frac{2}{3} \cdot -\frac{2}{3} = -\frac{8}{27}$$

$$\sqrt[7]{-128} = -2 \quad \text{ya que} \quad -2 \cdot -2 \cdot -2 \cdot -2 \cdot -2 \cdot -2 \cdot -2 = -128$$



Ecuaciones con Irracionales.

Una Ecuación Irracional es determinar el valor de la incógnita que se encuentra bajo raíces.

Ejemplo de Ecuaciones Irracionales:

$$\sqrt{x+3} = 7$$

$$\sqrt{x+3} = \sqrt{1-2x}$$

$$\sqrt{x+3} + \sqrt{4-x} = 7\sqrt{3x+1}$$

$$\sqrt[3]{2x+1} + 5 = 7\sqrt{3x+1}$$

Para resolverlas hay que seguir dos pasos muy sencillos:

- i) Si hay más de una raíz, se debe aislar en uno de los lados de la ecuación.
- ii) Elevar al cuadrado ambos lados de la ecuación.

Ejemplo de Resolución de Ecuaciones Irracionales:



$$\sqrt{2x-4} = 6$$

Evitamos el paso i) ya que la raíz ya esta aislada en uno de los dos lados de la ecuación.

$$\sqrt{2x-4} = 6 \quad /^2$$

Aplicamos el paso ii) anterior. Elevar ambos lados de la igualdad a 2.

$$\left(\sqrt{2x-4}\right)^2 = 6^2$$

El elevar la raíz a 2, provoca que el Índice y el exponente se simplifiquen.

$$2x - 4 = 36$$

Se resuelve como una ecuación de primer grado con una incógnita.

$$x = 20$$

OJO. En estricto rigor la solución de la ecuación debe estar en el siguiente conjunto: $[2, \infty +[$

Ejemplo de Resolución de Ecuaciones Irracionales:



$$\sqrt{x+8} - \sqrt{3+x} = 1$$

$$\sqrt{x+8} = 1 + \sqrt{3+x} \quad /^2$$

$$(\sqrt{x+8})^2 = (1 + \sqrt{3+x})^2$$

$$x+8 = 1 + 2\sqrt{3+x} + 3+x$$

$$4 = 2\sqrt{3+x} \quad /^2$$

$$4^2 = (2\sqrt{3+x})^2$$

$$16 = 4(3+x)$$

$$16 = 12 + 4x$$

$$1 = x$$

Paso i) Aislar una de las raíces en uno de los dos lados de la ecuación.

Aplicamos el paso ii) anterior. Elevar ambos lados de la igualdad a 2.

El elevar la raíz a 2, provoca que el Índice y el exponente se simplifiquen y en el otro lado de la igualdad tengamos que realizar el cuadrado de un binomio.

Debemos volver al paso i), raíz aislada y elevamos al cuadrado ambos lados de la igualdad.

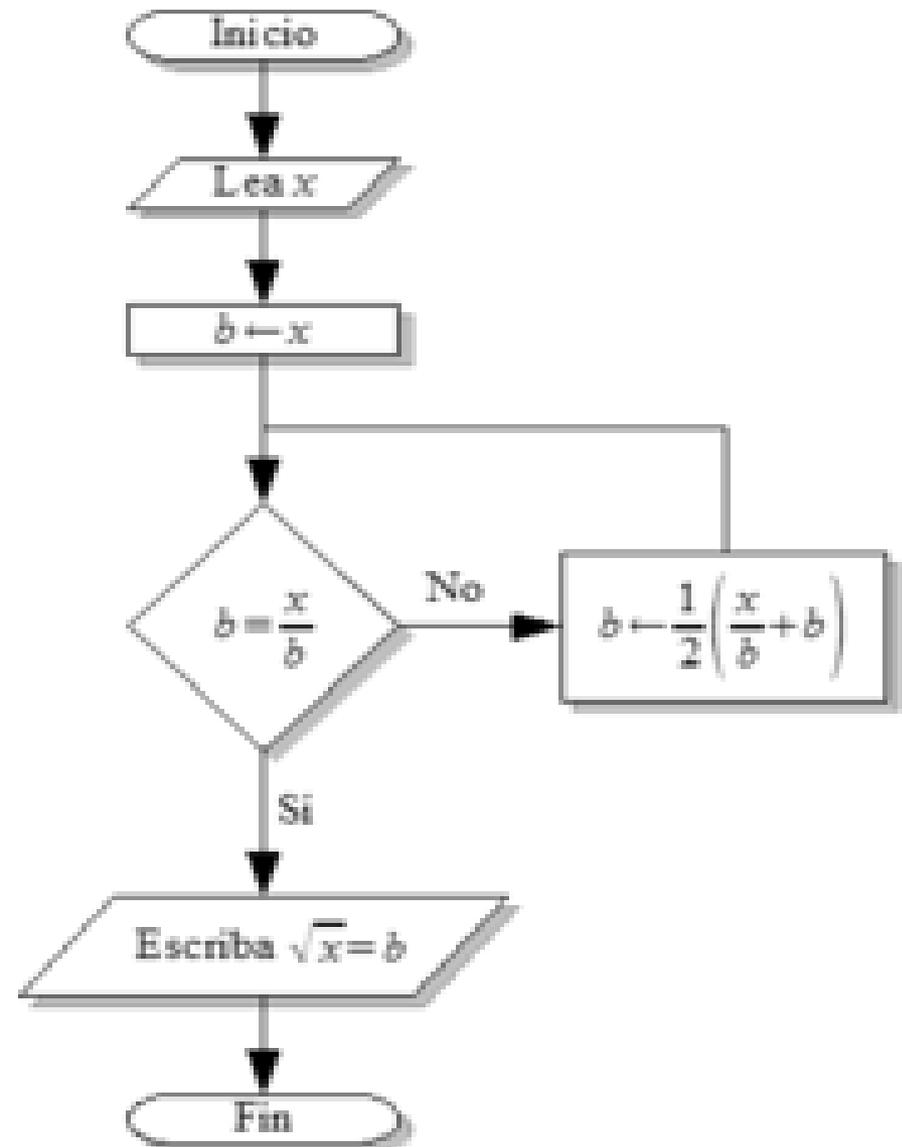
Aquí en adelante la Ecuación Irracional se transforma en una Ecuación de Primer Grado con una Incógnita

Curiosidades



$$1) \sqrt{2} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \dots}}}}$$

2) Algoritmo para determinar una raíz.





Links

http://www.euroresidentes.com/colegio/matematicas/races_cuadradas.htm

<http://www.sectormatematica.cl/contenidos.htm>

http://es.wikipedia.org/wiki/Ra%C3%ADz_cuadrada

<http://www.mamutmatematicas.com/ejercicios/raices-cuadradas.php>

http://clic.xtec.es/db/act_es.jsp?id=1327

RAICES

